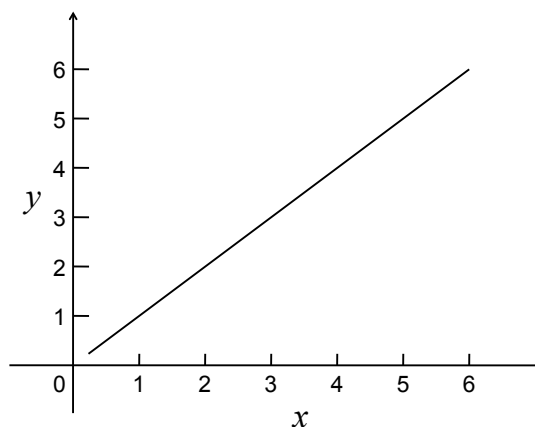


log と pH

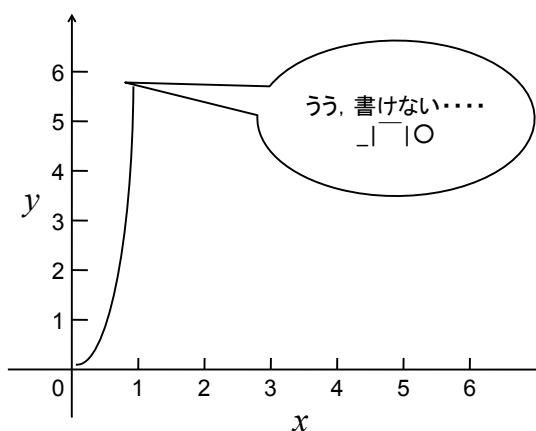
1 なぜ log などという面倒な考え方をするのか

そもそもなぜ log などという面倒な考え方があるのだろうか. それは, そういう数値の取り扱いをしないと非常に不便な場合があるからである.

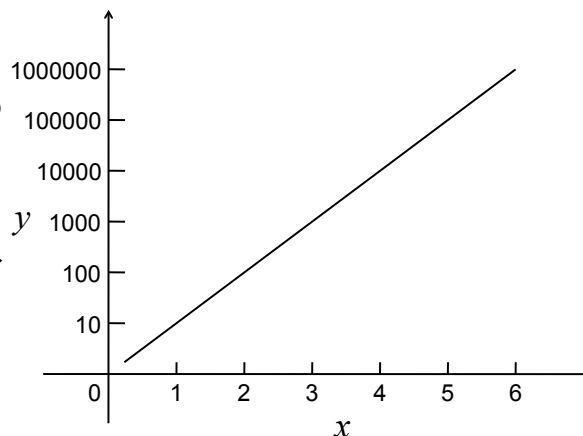
小学校以来見慣れている, 「横軸に 1, 2, 3, …, 縦軸にも 1, 2, 3, …, という感じに目盛りを振ってあるグラフ用紙」を使って, 何か観察データをプロットすることを考えよう. よくあるのは, たとえば, こんな感じのグラフである. →



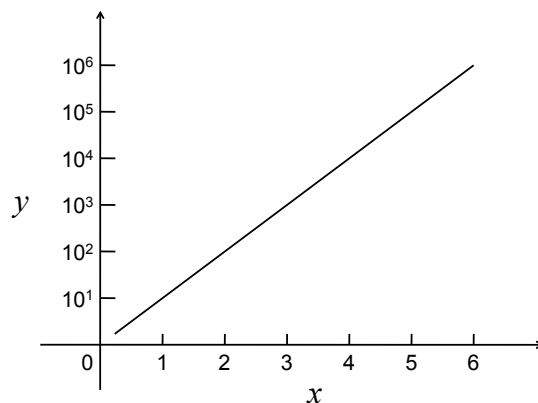
もしも世の中のすべての現象がこのタイプのグラフに記入できるのであれば困ったことにはならない. しかし, 実際には「横軸に 1, 2, 3, …」と振られている目盛りに対して, 「1, 2, 3, …」という具合にではなく, 「10, 100, 1000, …」という数値が対応する関係もある. これを上述のグラフに記載すると, 右のようになり, 困った事態になる. →



そこで, 縦軸に目盛りを振る際に別のやりかたを考えなければならなくなる. たとえば, 右のように書いてみるとわかりやすくなるのではないだろうか. →



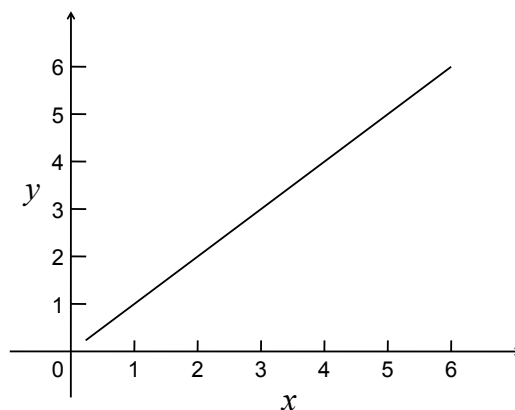
これはこれでいいのだが、縦軸が 10, 100, 1000, 10 000, . . . , という具合にインフレを起こしてしまった. こういうのをいちいち書くのは面倒だし, ゼロの数を間違えやすくなる. そこでこれを右のように指数で書き換えてみよう. →



こうすると見やすくなった.

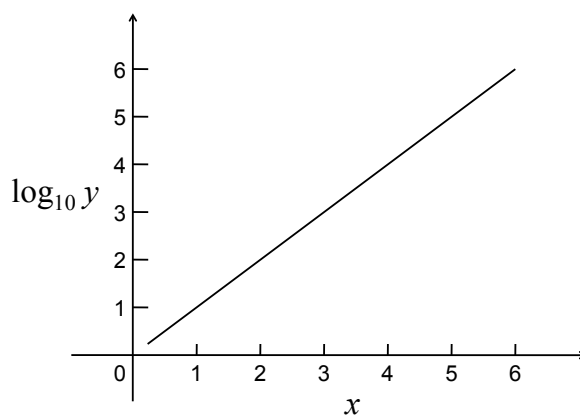
しかし, いちいち 10 の肩に小さな数字を書くのは面倒だし, 文字が小さいのは読みにくい.

そこで, 肩の数字だけを使うことにしよう. →



これでまたさらに見やすくなった.

しかし, これだと最初のグラフと全く同じになってしまい, 10^a を a と略して書いてあることがわからない. そこで縦軸の名前を y から $\log_{10}y$ に書き換えることにする. →



これならよいだろう.

さて, ここで, どういう書き換えをやったのか振り返ってみよう.

たとえば 10 000(いちまん)に対しては,

$$y = 10\,000 \rightarrow y = 10^4 \rightarrow \log_{10}y = 4$$

というようなことをやったのだった. これを一般化して考えると,

$$y = 10^a \rightarrow \log_{10}y = a$$

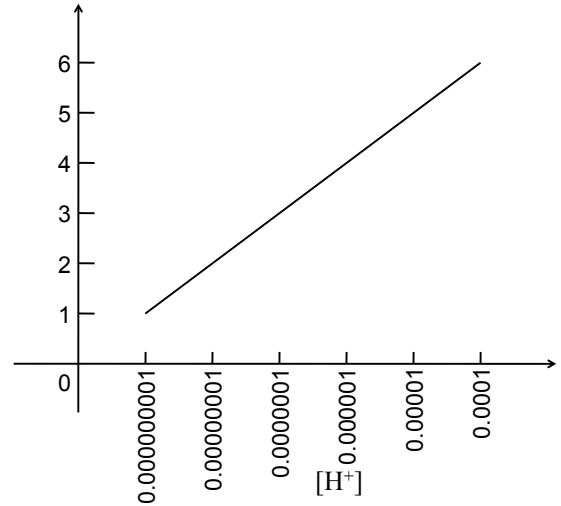
となるわけだ.

なお、ここで $\log_{10}y$ は単に $\log y$ と書かれる場合が多い。何も書いてなかった場合には小さく「10」と書いてあるものとみなしてかまわないことが多い。

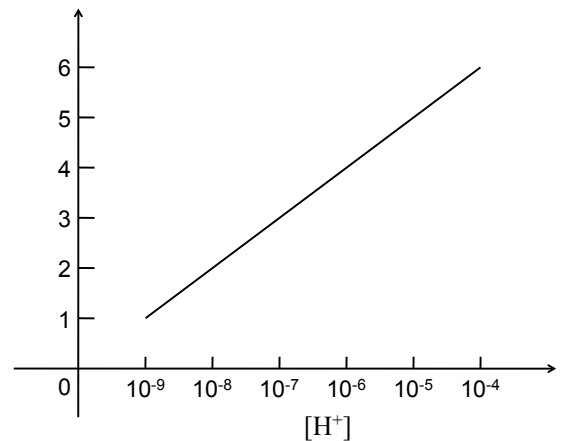
2 なぜ pH などという面倒な考え方をするのか

水溶液中の水素イオン濃度，すなわち $[H^+]$ は，細胞や生体分子の働きに大きく影響する。そのため， $[H^+]$ に注意しながら検査や実験を進める必要がある。

ここで，様々な反応(例えば細胞の活性とか酵素反応の効率とか薬品の効き具合)が， $[H^+]$ の 100 倍，1000 倍，10 000 倍といった変化に対して 2 倍，3 倍，4 倍と変化することが多い。これをグラフにすると，たとえば右のようになる。→

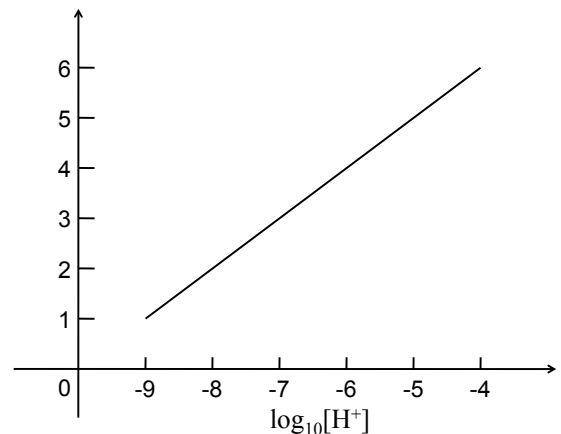


ここでは， $[H^+]=0.000\ 000\ 1\ \text{mol L}^{-1}=10^{-7}\ \text{mol L}^{-1}$ のあたりを横軸に取っている。これは，中性の水でこうなっているからである。

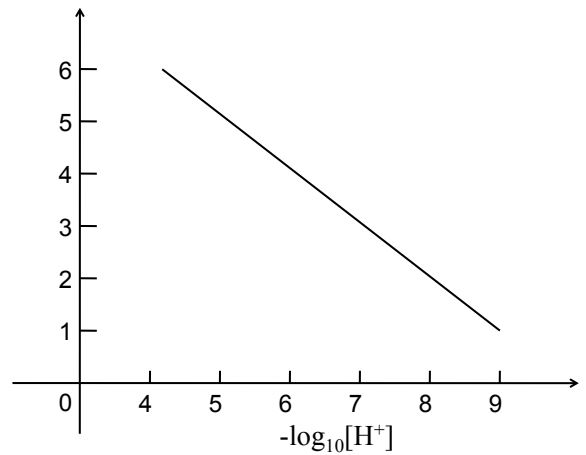


この場合も，横軸にゼロが並んでわかりにくいので，指数表示に切り替える→

さらに，10 のなんとか乗という表示は見づらいので，10 の肩に乗っている数だけで表すことにする。これは，横軸を $\log_{10}[H^+]$ で表したことになる。→



さらにさらに、毎回マイナスの数を扱うは面倒なので、符号を反転させて表示すると記入が楽ちんである。→

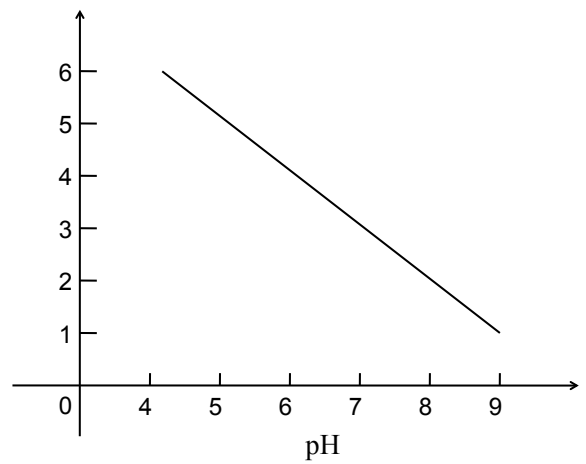


さらにさらにさらに、 $-\log_{10}[\text{H}^+]$ などと毎回毎回書くのは面倒なので、

$$-\log_{10}[\text{H}^+] = \text{pH}$$

と書くことにしたわけだ→

なお、「 $y = 10^a$ は $\log_{10} y = a$ 」なので、



$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} \Leftrightarrow \text{pH} = -\log_{10}[\text{H}^+]$$

という関係がなりたっている。

以上は、 \log とか pH といった記述方法があると、いかに便利かという視点からの説明である。

● 高校数学 \log の復習

$$y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y$$

$$\log_a A + \log_a B = \log_a (AB) \quad \log_a A - \log_a B = \log_a (A/B)$$

$$\log_a a = 1 \quad \log_a 1 = 0 \quad \log_a A^b = b \log_a A$$

●ここに書かれている内容を理解できない場合は、かならず、学習サポートセンター(ASC)の化学担当チューターから指導を受けること。指数・対数は、医療に関する専門科目においても使用されるからだ。

□